

電気通信大学 平成20年度シラバス

授業科目名	現代数学入門A		
英文授業科目名	Introduction to Modern Mathematics A		
開講年度	2008年度	開講年次	1年次
開講学期	前学期	開講コース・課程	昼間コース
授業の方法	講義	単位数	2
科目区分	総合文化科目-理工系教養科目-		
開講学科・専攻	情報通信工学科 情報工学科 電子工学科 量子・物質工学科 知能機械工学科 システム工学科 人間コミュニケーション学科		
担当教官名	石田 晴久		
居室	西4-605		

公開E-Mail	授業関連Webページ
ishida@im.uec.ac.jp	

【主題および達成目標】
<p>(a) 主題 20世紀前半に整備された現代数学の基礎としての枠組みを与える論理，集合論，実数論，ユークリッド空間を主体にして距離空間における一般位相の初歩を解説する．特に収束概念を伴う証明等に欠かせない実数の深い性質を説明する．</p> <p>(b) 達成目標 現代数学の基礎をなす概念や論理展開の方法を理解し，特に数直線のような，直感的な実数の見方にとられることなく、実数の厳密な構成法を習得する．次に高次元の実数空間であるユークリッド空間において収束性や連続性等の位相的諸概念を導入し，写像や関数の連続性の正確な意味を把握することが目標である．</p>

【前もって履修しておくべき科目】
なし

【前もって履修しておくことが望ましい科目】
なし

【教科書等】

教科書：鈴木 晋一 著「集合と位相への入門 - ユークリッド空間の位相 - 」(サイエンス社)

参考書：一樂 重雄 監修「集合と位相 そのまま使える答えの書き方」(講談社) 手軽な問題解説書兼演習書

鈴木 晋一 著「理工基礎 演習 集合と位相」(サイエンス社) 教科書の演習書(教科書との重複が多い)

瀬山 士郎 著「なっとくする 集合・位相」(講談社) くだけた会話調で読み易く授業の補足になる

矢野 公一 著「距離空間と位相構造」(共立出版) 例が豊富で説明が詳しい(教科書より程度は高い)

森田 紀一 著「位相空間論」(岩波書店) 本格的な位相空間論の標準的教科書(数学専攻の学生向き)

【授業内容とその進め方】

(a) 授業内容(予定)

第1回：1.1 論理(命題の真偽, 論理演算, 真理値表, 命題の否定・対偶, 同値命題, 命題関数等)

第2回：1.2 集合(部分集合, 和集合・共通集合・補集合, 空集合, ド・モルガンの法則, 直積集合等)

第3回：1.3 写像(定義域・値域, 単射, 全射, 合成写像, 逆写像, 像・逆像等)

第4 - 5回：2.1 実数の構成(有理数の演算, 順序関係, デデキントの切断, 実数の連続性と演算等)

第6回：2.2 実数の集合の位相(最大元・最小元・上限・下限, 実数列の性質等)

第7回：2.2 実数の集合の位相(コーシー列, 実数の連続性に関する同値命題, アルキメデスの原理等)

第8回：2.3 集合の濃度(対等関係, 可算集合, 連続体濃度, 対角線論法, 濃度の比較, 選択公理等)

第9回：2.4 実数値連続関数(連続性, 中間値の定理, 実数の開集合・閉集合等)

第10回：3.1 ユークリッド空間(ユークリッドの距離・内積・ノルム, 三角不等式等)

第11 - 12回：3.2 ユークリッド空間の位相(近傍, 開集合・閉集合, 内点・外点・境界点, 触点・集積点・孤立点等)

第13回：3.3 ユークリッド空間上の連続関数(射影などの具体的諸例, 逆像による連続性の特徴付け等)

第14 - 15回：3.4 ユークリッド空間のコンパクト性(点列コンパクト集合, ハイネ・ボレルの被覆定理等)

(b) 授業の進め方

講義の前半(第1回-9回)では, 全ての数学で必要となる数理論理, 集合, 写像の基礎を簡単な具体例を交えなが

ら解説し, 微分積分学の厳密な基礎付けを与える実数の性質を説明する。次に, それらの性質に基づいて連続関数の

代表的な定理を証明する。

後半(第10回-15回)においては, 有限次元の実数空間に自然な距離を導入し, 点と点との近さを測る尺度からどの

ように連続性が様々な概念と結び付くのかを議論する。また, 数列の収束性に関連してコンパクト性と呼ばれる概念

から帰結される幾つかの重要な事実を紹介する。

電気通信大学 平成20年度シラバス

(c) 授業時間外の学習（予習・復習等）について

新しい事柄が毎回多数登場するので、次回の授業までにその回の内容を復習することは不可欠です。復習は教科書等の問題演習と例の自作をして下さい。

【成績評価方法及び評価基準(最低達成基準を含む)】

(a) 評価方法

学期末にレポート課題を与えて、その成果により主な評価を行なう予定であるが、出席状況等も考慮する。

(b) 評価基準

以下の到達レベルをもって合格の最低基準とする。

- (1) 集合、写像についての基礎的な用語と概念が概ね理解できている。
- (2) 数列の極限と実数の連続性について概ね理解できている。
- (3) 連続写像の概念を理解し、簡単な写像の連続性を判定することができる。

【オフィスアワー：授業相談】

随時行ないます。但し、事前にメール等で来室予約すること。メールでの質問には答えません。

【学生へのメッセージ】

嘗てギリシアの哲学者ソクラテスがいったとされる「無知の知」のように、私達はわかっているつもり
でいても、実はよ
く理解していなかったという経験があると思います。例えば、高校までは有理数（分数）と無理数（平方
根など）を総称し
て実数と呼んでいました。でも、無理数とは正確には何でしょうか？また、無限というのは有限でないこ
との1つの表現
ですが、無限にも違いがあるとしたら、それはどういうことでしょうか。実は、こういった素朴な疑問から
現代の数学は始ま
ったのだともいえます。これらの謎の中に秘められた数々のドラマと一緒に体験して行きましょう。
この科目の内容は初学者がすぐにわかるようなものではないと思います。理解するのにかなりの長時間
と忍耐を要
するはずですが、願わくば、十分に時間をかけて、自分で具体例を作ったり、証明のキーポイント（本質
）を見抜いてもら
ったりして、数学の本来の楽しみを堪能して頂ければ幸いです。是非、この科目を通して数学における
“証明”がどうい
うものかをじっくり考え抜いて理解してもらい、今後の数理系科目の学習に役立てて下さい。（現代では
当然だが、20
世紀中葉に一世を風靡した、フランスの数学者集団ブルバキによれば、「ギリシア以来、数学を語る者は
証明を語る」
とのことです。）

【その他】

特に予備知識というものはないが、論理的思考能力や抽象的・一般的な事象を把握するだけの根気と素養は不可欠である。理解するための学習時間はかなり必要であろう。初学者にとって容易でない“証明”を解説することが授業時間の多くを占めることになる。毎回復習することは必須である。例年、多数の受講生がついて行けずに途中で履修放棄をするから、早い時期に自らの意欲と適性を判断してもらいたい。

また、講義中に演習を行なう時間的余裕はないので、教科書・参考書等で自主的に問題演習を行なってもらうことになる。質問等があればオフィスアワー等で個別に対応するつもりである。