

電気通信大学 平成20年度シラバス

授業科目名	応用幾何学		
英文授業科目名	Applied Geometry		
開講年度	2008年度	開講年次	3年次
開講学期	前学期	開講コース・課程	昼間・夜間主コース
授業の方法	講義	単位数	2
科目区分	専門科目-学科専門科目-		
開講学科・専攻	情報通信工学科 情報工学科 システム工学科		
担当教官名	山田 裕一		
居室	東1-507		

公開E-Mail	授業関連Webページ
yyyamada@e-one.uec.ac.jp	http://matha.e-one.uec.ac.jp/~yyyamada/Lecture/08AppGeo.html

<p>【主題および達成目標】</p> <p>(a) 主題 リー群とは 「数直線」という言葉は、「数」を「直線」で表すことを意味しており、演算(和)も幾何的に解釈することができる。このように、演算が行われる集合を 図形 として捉え、幾何学を展開する基礎理論の1つが、リー群論である。リー群論は、現代的な数理学に欠かせない概念となっている。</p> <p>この講義では、線形代数学(=行列の代数)の復習をしつつ、「群」の理論と「多様体(微積分が適用できるような図形の概念)」の理論が相補って発展する様子を紹介する。幾何的な直感や、(より素朴に) 図形の感覚を磨く意味で、対象は1～6次元程度(低次元)のリー群を主に扱う。</p> <p>(b) 達成目標 群論の基礎事項を理解し、小さな非可換群(正多面体の対称性)に関して考察ができる。四元数の計算に慣れ、空間の回転行列との関連を理解する。行列のなすリー群とそのリー環との関係を理解し、簡単な例についてベクトル場, expなどを計算できる。</p>

<p>【前もって履修しておくべき科目】</p> <p>微分積分学, 線形代数学</p> <p>科目区分に関する注意 この科目は昼夜合併かつ複数学科で履修可能です。さらに他学科履修も可能です。その上で履修した場合の区分(選択必修 or 自由科目 or...)が複雑ですので、各自で確認して履修して下さい。</p>
--

【前もって履修しておくことが望ましい科目】

関数論

【教科書等】

プリントを用意して講義を進める。参考書は講義の初回に数冊案内するが、授業をすすめる際に参考とするのは、

岩堀長慶 著「合同変換群の話」現代数学社、(講義の前半)

松木敏彦 著「リー群入門」日本評論社 (講義の後半)

梁成吉 著「行列と変換群」岩波書店

この数学の対象やアイデアを紹介し「もっと詳しく知りたい」という気持ちまで連れて行くのが私の"仕事"だと考えています。

【授業内容とその進め方】

(a) 授業内容：

最初の数回はイントロ、次いでしばらく変換群の視点で「群」の理論、そして「多様体と接ベクトル(場)」,最後に「リー環,指数写像」と進む。

- (1) イントロ：リー群とは。
- (2) 典型的なリー群の例：行列の群 $SL(n)$, $O(n)$, $SO(n)$, $U(n)$, $SU(n)$
- (3) リー群としての S^1 (数円周?)
- (4) 群の図形への作用 1：有限巡回群 in S^1 , 正2面体群 in $O(2)$
- (5) 群の図形への作用 2：正多面体に作用する群 in $SO(3)$
- (6) 四元数体とその単位球面 ($S^3 = SU(2)$)
- (7) 離散的な群論からの概念
- (8) 等長変換
- (9) 多様体, 接ベクトル, 接ベクトル場
- (10) 多様体間の写像とその微分
- (11) リー環 \mathfrak{g} とはリー群 G の単位元 e での接空間のこと： $\mathfrak{g} = T_e G$
- (12) 左不変ベクトル場
- (13) 指数写像 $\exp: \mathfrak{g} \rightarrow G$
- (14) 行列が表すベクトル場, 行列の指数写像

左の数字は講義回数を意味しない。この計画は進度や理解度に応じて変更されることがある。

(b) 授業の進め方：授業は配布するプリントと板書によって進められる。

クイズの実施 授業開始の15分は、その日の内容に関する"クイズ"を出題します。その間は語り始めません。これが結構、授業内容を実感するための助けになるはず。

(c) 授業時間外の学習について

電気通信大学 平成20年度シラバス

特殊な科目なので、練習問題は"自分で作ってみる"くらいの気持ちで臨んで下さい。

【成績評価方法及び評価基準(最低達成基準を含む)】

レポート課題を3回程度出題する。履修者が多ければ期末試験を行う。出席(クイズへの参加)も成績の参考にする。

単位の制度上、欠席が多すぎると不合格にせざるを得ません。

リー群としての円周、群の図形への作用、四元数体などを利用したリー群の例、リー群とそのリー環との関係：これらの基本事項について、簡単な計算や説明ができることを合格の基準とする。

【オフィスアワー：授業相談】

居室にいるときは、時間さえあればいつでも質問には答えますが、予め講義終了時やmailで時間を打合せてくれると確実です。

【学生へのメッセージ】

純粋数学に興味がある学生のための授業を心がけます。数学を楽しむのはこれが最後、という学生にこそ、聞いてほしいと思っています。

【その他】

なし