

電気通信大学 平成16年度シラバス

授業科目名	現代数学入門B		
英文授業科目名	Introduction to Modern Mathematics B		
開講年度	2004年度	開講年次	1年次
開講学期	2学期	開講コース・課程	昼間コース
授業の方法		単位数	2
科目区分	総合文化科目-理工系教養科目-理工系教養科目		
開講学科・専攻	情報通信工学科 情報工学科 電子工学科 量子・物質工学科 知能機械工学科 システム工学科 人間コミュニケーション学科		
担当教官名	大野 真裕		
居室	東1-411		

公開E-Mail	授業関連Webページ
ohno@e-one.uec.ac.jp	

<p>【主題および達成目標】</p> <p>周知のように、二次方程式には、解の公式がある。では、三次方程式の解の公式は、どういう式だろうか？四次方程式の解の公式はどういう式だろうか？これらの公式は、16世紀に、三次、四次と発見されていった。18世紀後半には、n次方程式は、必ず解をもつこともわかってきた。しかし、その時点でも、五次方程式の「解の公式」は、できなかった。その後、19世紀前半に、驚くべきことに、五次以上の一般の方程式には、いわゆる「解の公式」が存在しないことが証明された。本講義では、この定理「5次以上の一般の方程式は、冪根によって解くことができない。」を証明することを通して、群、体という代数学の基本的概念の重要性を学ぶ。高校までは、あまり意識することもなかった、体の拡大、群の作用という考え方が、上記の驚くべき定理の証明では、鍵となる。一般に、代数学の基本的一般論は、符号理論、暗号理論等、応用でも、基本的であるにもかかわらず、最初は、抽象的な感じがして、無味乾燥に感じる場合が多いのではないかと思う。本講義を学ぶことによって、代数学の最初にあらわれる諸概念が、具体的に実感をもって感じられるようになることを目標とする。この経験が、代数学を本格的に勉強するきっかけとなることを願っている。</p>

<p>【前もって履修しておくべき科目】</p> <p>線形代数学第一</p>

<p>【前もって履修しておくことが望ましい科目】</p> <p>数学演習第一</p>

【教科書等】

購入しなければならない教科書はない。しかし、講義内容は下記の参考書の指定部分の影響を強く受けているので、手元があれば参考になろう。

高木貞治「代数学講義」第五、六、七章、

原田耕一郎「群の発見」第二、三、四章、

矢ヶ部巖「数III方式ガロアの理論」

なお、「代数学講義」は図書館にも複数用意されている。

【授業内容とその進め方】

下記の1の内容から順に8までは、必ず進む予定である。9以降の内容をどこまで講義するかは、受講者の希望や様子による。講義内容を予習するには、上記参考書の指定箇所を読むのがよい。

1. 3次方程式の解法，不還元の問題
2. 4次方程式の解法：Ferrariによる解法，Eulerによる解法
3. 冪根による解法，体の拡大
4. Lagrangeの観察と考察，（一般の方程式の）根の置換
5. 対称式の基本定理，対称群の有理関数体への作用
6. Lagrangeの定理，Ruffiniによる置換群の考察，
7. 有理関数体の中間体と対称群の部分群の対応，単拡大
8. Ruffini-Abelの定理とAbelの補題
9. 数値係数の方程式の場合の問題点
10. 冪根で解ける方程式の探求，Gaussによる円周等分多項式の冪根解法
11. 単拡大，最小多項式，数値係数の方程式の根の置換：方程式の群，体の自己同型
12. Lagrange理論の一般化，分解体と正規部分群，Galoisの定理

【成績評価方法及び評価基準(最低達成基準を含む)】

試験とレポートと出席状況とで総合的に評価する。計算技術を身につけたかということよりも、証明を理解できたか、証明を自分の言葉で他の人が読んでわかるように書けるか、ということに重視して評価する。

【オフィスアワー：授業相談】

随時受け付ける。

【学生へのメッセージ】

証明を理解し、そのアイデアを堪能しよう。5次以上の一般の方程式の冪根解法の不可能性の証明には、20代で亡くなったアーベルの仕事が欠かせず、また、それをさらに深化させた定理「5次以上の方程式が冪根で解けるための必要充分条件は、その方程式のガロア群が可解になることである」を見出したのも、20歳で死んでしまった、ガロアである。このように、この講義で展開される証明は、多くの諸君とあまり年齢が変わらない、若き天才数学者が考えたものがもとなっている。方程式に群を対応させ、その群の性質によって、元の方程式の性質を判断するという、ガロアの考えは、その後、「ガロア理論」と呼ばれる理論に成長した。意欲的な諸君は、群、環、体と書いてある代数学の教科書のうち、自分にあっていそうだというものを選んで、「ガロア理論」等、代数学を本格的に勉強することを薦める。少し忍耐を要するかもしれないが、そのあと、符号理論、暗号理論等を勉強するにせよ、この経験はきっと役に立つ。それから、線形代数学第一で習った置換に関する事柄は、この講義では欠かすことができない。よく復習しておいてください。

【その他】