

## 電気通信大学 平成16年度シラバス

授業科目名	応用代数学		
英文授業科目名	Applied Algebra		
開講年度	2004年度	開講年次	3年次
開講学期	5学期	開講コース・課程	昼間コース
授業の方法		単位数	2
科目区分	専門科目-専門共通科目-選択科目		
開講学科・専攻	システム工学科		
担当教官名	大野 真裕		
居室	東1-411		

公開E-Mail	授業関連Webページ
ohno@e-one.uec.ac.jp	

<p><b>【主題および達成目標】</b></p> <p>周知のように，二次方程式には，解の公式がある．では，三次方程式の解の公式は，どういう式だろうか？四次方程式の解の公式はどういう式だろうか？これらの公式は，16世紀に，三次，四次と発見されていった．18世紀後半には，<math>n</math>次方程式は，必ず解をもつこともわかってきた．しかし，その時点でも，五次方程式の「解の公式」は，できなかった．その後，19世紀前半に，驚くべきことに，五次以上の一般の方程式には，いわゆる「解の公式」が存在しないことが証明された．本講義では，この定理「5次以上の一般の方程式は，冪根によって解くことができない．」を証明することを通して，群，体という代数学の基本的概念の重要性を学ぶ．高校までは，あまり意識することもなかった，体の拡大，群の作用という考え方が，上記の驚くべき定理の証明では，鍵となる．一般に，代数学の基本的一般論は，符号理論，暗号理論等，応用でも，基本的であるにもかかわらず，最初は，抽象的な感じがして，無味乾燥に感じる場合が多いのではないかと思う．本講義を学ぶことによって，代数学の最初にあらわれる諸概念が，具体的に実感をもって感じられるようになることを目標とする．</p>
---

<p><b>【前もって履修しておくべき科目】</b></p> <p>線形代数学第一，線形代数学第二</p>
---

<p><b>【前もって履修しておくことが望ましい科目】</b></p> <p>現代数学入門B，システム数理基礎B（複素数に関する部分）</p>
---

<p><b>【教科書等】</b></p> <p>購入しなければならない教科書はない．しかし，講義内容は，下記の参考書の指定部分の影響を強く受けているので，手元があれば参考になるう．          高木貞治「代数学講義」第五，六，七章，          原田耕一郎「群の発見」第二，三，四章，</p>
--

矢ヶ部巖「数III方式ガロアの理論」  
なお、「代数学講義」は図書館にも複数用意されている。

【授業内容とその進め方】

下記の1の内容から順に8までは、必ず進む予定である。9以降の内容をどこまで講義するかは、受講者の希望や様子による。講義内容を予習するには、上記参考書の指定箇所を読むのがよい。

1. 3次方程式の解法，不還元の問題
2. 4次方程式の解法：Ferrariによる解法，Eulerによる解法
3. 冪根による解法，体の拡大
4. Lagrangeの観察と考察，（一般の方程式の）根の置換
5. 対称式の基本定理，対称群の有理関数体への作用
6. Lagrangeの定理，Ruffiniによる置換群の考察，
7. 有理関数体の中間体と対称群の部分群の対応，単拡大
8. Ruffini-Abelの定理とAbelの補題
9. 数値係数の方程式の場合の問題点
10. 冪根で解ける方程式の探求，Gaussによる円周等分多項式の冪根解法
11. 単拡大，最小多項式，数値係数の方程式の根の置換：方程式の群，体の自己同型
12. Lagrange理論の一般化，分解体と正規部分群，Galoisの定理

【成績評価方法及び評価基準(最低達成基準を含む)】

試験とレポートと出席状況とで総合的に評価する。計算技術を身につけたかということよりも、証明を理解できたか、証明を自分の言葉で他の人が読んでわかるように書けるか、ということ重視して評価する。

【オフィスアワー：授業相談】

随時受け付ける。

【学生へのメッセージ】

証明を理解し、そのアイデアを堪能しよう。5次以上の一般の方程式の冪根解法の不可能性の証明には、20代で亡くなったアーベルの仕事が欠かせず、また、それをさらに深化させた定理「5次以上の方程式が冪根で解けるための必要充分条件は、その方程式のガロア群が可解になることである」を見出したのも、20歳で死んでしまった、ガロアである。このように、この講義で展開される証明は、多くの諸君とあまり年齢が変わらない、若き天才数学者が考えたものがもとなっている。方程式に群を対応させ、その群の性質によって、元の方程式の性質を判断するという、ガロアの考えは、その後、「ガロア理論」と呼ばれる理論に成長した。意欲的な諸君は、群、環、体と書いてある代数学の教科書のうち、自分にあっていそうだというものを選んで、「ガロア理論」等、代数学を本格的に勉強することを薦める。少し忍耐を要するかもしれないが、そのあと、符号理論、暗号理論等を勉強するにせよ、この経験はきっと役に立つ。それから、線形代数学第一で習った置換に関する事柄、及び、線形代数学第二で習った、線形空間の部分空間や基底に関する事柄は、この講義では欠かすことができない。よく復習しておいてください。

【その他】