電気通信大学　平成16年度シラバス

授業科目名	応用代数学		
英文授業科目名	Ａｐｐｌｉｅｄ　Ａｌｇｅｂｒａ		
開講年度	2004年度	開講年次	３年次
開講学期	５学期	開講コース・課程	夜間主コース
授業の方法		単位数	2
科目区分	専門科目-専門共通科目-自由科目		
開講学科・専攻	システム工学科		
担当教官名	大野　真裕		
居室	東１-４１１		

公開E-Mail	授業関連Webページ
ohno@e-one.uec.ac.jp	

【主題および達成目標】

周知のように，二次方程式には，解の公式がある．では，三次方程式の解の公式は，どういう式だろうか？四次方程式の解の公式はどういう式だろうか？これらの公式は，１６世紀に，三次，四次と発見されていった．１８世紀後半には，n次方程式は，必ず解をもつこともわかってきた．しかし，その時点でも，五次方程式の「解の公式」は，できなかった．その後，１９世紀前半に，驚くべきことに，五次以上の一般の方程式には，いわゆる「解の公式」が存在しないことが証明された．本講義では，この定理「５次以上の一般の方程式は，冪根によって解くことができない．」を証明することを通して，群，体という代数学の基本的概念の重要性を学ぶ．高校までは，あまり意識することもなかった，体の拡大，群の作用という考え方が，上記の驚くべき定理の証明では，鍵となる．一般に，代数学の基本的一般論は，符号理論，暗号理論等，応用でも，基本的であるにもかかわらず，最初は，抽象的な感じがして，無味乾燥に感じる場合が多いのではないかと思う．本講義を学ぶことによって，代数学の最初にあらわれる諸概念が，具体的に実感をもって感じられるようになることを目標とする．

【前もって履修しておくべき科目】

線形代数学第一，線形代数学第二

【前もって履修しておくことが望ましい科目】

関数論

【教科書等】

購入しなければならない教科書はない．しかし，講義内容は下記の参考書の指定部分の影響を強く受けているので，手元にあれば参考になろう．
髙木貞治「代数学講義」第五，六，七章，
原田耕一郎「群の発見」第二，三，四章，

矢ヶ部巌「数III方式ガロアの理論」
なお，「代数学講義」は図書館にも複数用意されている．

【授業内容とその進め方】

下記の1の内容から順に8までは，必ず進む予定である．9以降の内容をどこまで講義するかは，受講者の希望や様子による．講義内容を予習するには，上記参考書の指定箇所を読むのがよい．

1. 3次方程式の解法，不還元の問題
2. 4次方程式の解法：Ferrariによる解法，Eulerによる解法
3. 冪根による解法，体の拡大
4. Lagrangeの観察と考察，（一般の方程式の）根の置換
5. 対称式の基本定理，対称群の有理関数体への作用
6. Lagrangeの定理，Ruffiniによる置換群の考察，
7. 有理関数体の中間体と対称群の部分群の対応，単拡大
8. Ruffini-Abelの定理とAbelの補題
9. 数値係数の方程式の場合の問題点
10. 冪根で解ける方程式の探求，Gaussによる円周等分多項式の冪根解法
11. 単拡大，最小多項式，数値係数の方程式の根の置換：方程式の群，体の自己同型
12. Lagrange理論の一般化，分解体と正規部分群，Galoisの定理

【成績評価方法及び評価基準(最低達成基準を含む)】

試験とレポートと出席状況とで総合的に評価する．計算技術を身につけたかということよりも，証明を理解できたか，証明を自分の言葉で他の人が読んでわかるように書けるか，ということを重視して評価する．

【オフィスアワー：授業相談】

随時受け付ける．

【学生へのメッセージ】

証明を理解し，そのアイデアを堪能しよう．５次以上の一般の方程式の冪根解法の不可能性の証明には，２０代で亡くなったアーベルの仕事が欠かせず，また，それをさらに深化させた定理「５次以上の方程式が冪根で解けるための必要充分条件は，その方程式のガロア群が可解になることである」を見出したのも，２０歳で死んでしまった，ガロアである．このように，この講義で展開される証明は，多くの諸君とあまり年齢の変わらない，若き天才数学者が考えたものがもとになっている．方程式に群を対応させ，その群の性質によって，元の方程式の性質を判断するという，ガロアの考えは，その後，「ガロア理論」と呼ばれる理論に成長した．意欲的な諸君は，群，環，体と書いてある代数学の教科書のうち，自分にあっていそうだというものを選んで，「ガロア理論」等，代数学を本格的に勉強することを薦める．少し忍耐を要するかもしれないが，そのあと，符号理論，暗号理論等を勉強するにせよ，この経験はきっと役に立つ．それから，線形代数学第一で習った置換に関係する事柄，及び，線形代数学第二で習った，線形空間の部分空間や基底に関係する事柄は，この講義では欠かすことができない．よく復習しておいてください．

【その他】