電気通信大学　平成17年度シラバス

授業科目名	現代代数学基礎論第二		
英文授業科目名	Topics in Algebra 2		
開講年度	2005年度	開講年次	
開講学期	後学期	開講コース・課程	博士前期課程
授業の方法		単位数	2
科目区分	電気通信学研究科-システム工学専攻-基礎科目		
開講学科・専攻	システム工学専攻		
担当教官名	大野　真裕		
居室	東１－４１１		

公開E-Mail	授業関連Webページ
ohno@e-one.uec.ac.jp	

【主題および達成目標】

周知のように，２次方程式には，解の公式がある．では，３次方程式の解の公式はどういう式だろうか？　４次方程式の解の公式はどういう式だろうか？　これらの公式は，１６世紀に，３次，４次，と発見されていった．１８世紀後半には，n次方程式は，必ず複素数解をもつこともわかってきた．しかし，その時点でも，５次方程式の「解の公式」はできなかった．その後，１９世紀前半に，驚くべきことに，５次以上の一般の方程式には，いわゆる「解の公式」が存在しないことが証明された．本講義では，方程式の解の公式の探求が，如何にして「Galois理論」と呼ばれる理論に発展していくかをみる．より具体的には，Lagrangeのアイデアが発展して，Ruffini-Abelによる定理「５次以上の一般の方程式は冪根によって解くことはできない．」に結実するさまをみる．また，時間があれば，Gaussによる正１７角形の作図法の発見が，Abelによる一般化を経て，最終的には，Ruffini-Abelの定理を含む形で，Galoisによる定理「方程式が冪根で解けるための必要充分条件はそのGalois群が可解となることである．」に昇華することにも触れたい．現代代数学の幕開けとなるGalois理論に触れることによって，群，環，体，および，群の作用という代数学の基本的概念の有効性を理解することが目標である．

【前もって履修しておくべき科目】

特になし

【前もって履修しておくことが望ましい科目】

特になし

【教科書等】

以下を参考書としてあげる．
髙木貞治「代数学講義」第５，６，７章，
原田耕一郎「群の発見」第２，３，４章，

矢ヶ部巌「数III方式ガロアの理論」

【授業内容とその進め方】

下記の１２までは進む予定である．１３以降どこまで進むかは，時間の関係や受講者の希望と様子によってかわる．講義内容を予習するには，上記参考書の指定箇所を読めばよい．

１．対称式の定義に関連する代数学の基本的概念の定義と記号；
　群，置換群，環，多項式環，体，有理関数体，群の作用，部分群，不変部分群.
２．対称式の基本定理に関連する代数学の基本的概念の定義と記号；
　部分環，不変部分環，部分体，不変部分体，拡大体，基本対称式，
　元の添加による環の拡大．元の添加による体の拡大.
３．３次方程式の解法，不還元の問題.
４．４次方程式の解法：Ferrariによる解法，Eulerによる解法.
５．補助方程式の根の性質のLagrangeによる発見（３次方程式の場合）
６．部分群に関するLagrangeの定理.
７．Lagrangeの分解式，および，方程式論のLagrangeの定理とその一般化.
８．冪根による解法と冪根拡大.
９．３次方程式の場合のGalois対応の観察.
１０．４次方程式のLagrange流の解法と，４次方程式の場合のGalois対応の観察.
１１．共役な根と共役な不変部分群；正規拡大と正規部分群.
１２．Ruffini-Abelの定理
１３．冪根で解ける方程式の探求：
　Gaussによる円周等分多項式の冪根解法と有限体の原始元.
１４．AbelによるGaussの結果の一般化とAbel群.
１５．Galois対応の証明と方程式の冪根解法に関するGaloisの定理.

【成績評価方法及び評価基準(最低達成基準を含む)】

試験とレポートと出席状況とで総合的に評価する．計算技術を身につけたかということよりも，証明を理解できたか，証明を自分の言葉で他の人が読んでわかるように書けるか，ということを重視して評価する
.

【オフィスアワー：授業相談】

適宜相談に応じる.

【学生へのメッセージ】
証明を理解し，そのアイデアを堪能しよう．５次以上の一般の方程式の冪根解法の不可能性の証明には，２０代で亡くなったAbelの仕事が欠かせず，また，それを深化させて，冪根で解けるための必要充分条件を見出したのも，２０歳で死んでしまった，Galoisである．このように，この講義で展開される証明の多くは，多くの諸君とあまり年齢のかわらない，若き天才数学者が考えたものがもとになっている．理解できれば，楽しいのではないかと思う． 　それから，この講義では，線形代数学でならった事柄（特に置換に関する事柄など）が欠かすことができない．よく復習しておいてください．

【その他】