電気通信大学　平成19年度シラバス

授業科目名	現代数学入門A		
英文授業科目名	Introduction to Modern Mathematics A		
開講年度	2007年度	開講年次	１年次
開講学期	前学期	開講コース・課程	昼間コース
授業の方法		単位数	2
科目区分	総合文化科目-理工系教養科目-		
開講学科・専攻	情報通信工学科 情報工学科 電子工学科 量子・物質工学科 知能機械工学科 システム工学科 人間コミュニケーション学科		
担当教官名	石田　晴久		
居室	西４－６０５		

公開E-Mail	授業関連Webページ
ishida@im.uec.ac.jp	

【主題および達成目標】

(a) 主題

　20世紀前半に整備された現代数学の基礎としての枠組みを与える論理，集合論，実数論，ユークリッド空間を主体にして距離空間における一般位相の初歩を解説する．

(b) 達成目標

　現代数学の基礎をなす概念や論理展開の方法を理解し，特に数直線のような，直感的な実数の見方にとらわれることなく、実数の厳密な構成法を習得する．次に高次元の実数空間であるユークリッド空間において収束性や連続性等の位相的諸概念を導入し，写像や関数の連続性の正確な意味を把握することが目標である．

【前もって履修しておくべき科目】

なし

【前もって履修しておくことが望ましい科目】

【教科書等】

教科書：鈴木 晋一 著「集合と位相への入門 ―ユークリッド空間の位相―」(サイエンス社)
参考書：一樂 重雄 監修「集合と位相 そのまま使える答えの書き方」（講談社） 問題演習書として
鈴木 晋一 著「理工基礎 演習 集合と位相」(サイエンス社)　教科書の演習書
瀬山 士郎 著「なっとくする 集合・位相」（講談社） くだけた会話調で読み易く授業の補足になる
矢野 公一 著「距離空間と位相構造」（共立出版） 更に進んだ学習のために
森田 紀一 著「位相空間論」（岩波書店） 本格的な位相空間論の標準的教科書
児玉 之宏・永見 啓応 共著「位相空間論」（岩波書店） 位相空間論最高の成書

【授業内容とその進め方】

(a) 授業内容（予定）
第１回：論理（命題の真偽，論理演算，真理値表，命題の否定・対偶，同値命題，命題関数 等）
第２回：集合（部分集合，和集合・共通集合・補集合，空集合，ド・モルガンの法則，直積集合 等）
第３回：写像（定義域・値域，単射，全射，合成写像，逆写像，像・逆像 等）
第４回：実数の構成（有理数の演算，順序関係，デデキントの切断，実数の連続性 等）
第５回：実数集合の位相（上限・下限，実数列の性質，コーシー列，アルキメデスの原理 等）
第６回：集合の濃度（対等関係，可算集合，連続体濃度，対角線論法，濃度の比較，選択公理 等）
第７回：実数値連続関数（連続性，ε-δ論法，中間値の定理，実数の開集合・閉集合 等）
第８回：中間試験
第９回：ユークリッド空間（ユークリッドの距離・内積・ノルム，三角不等式 等）
第10回：ユークリッド空間の位相（近傍，開集合・閉集合，内点・外点・境界点，集積点・孤立点 等）
第11回：ユークリッド空間上の連続関数（射影などの具体的諸例，逆像による連続性の特徴付け 等）
第12回：ユークリッド空間のコンパクト性（点列コンパクト集合，ハイネ・ボレルの被覆定理 等）
第13回：距離空間（距離関数，連続関数の空間，離散距離，一般線形群，直積距離空間 等）
第14回：距離空間の位相（近傍，内点・外点・境界点，開集合・閉集合，集積点・孤立点 等）
第15回：期末試験

(b) 授業の進め方
講義の前半（第１回-７回）では，全ての数学で必要となる数理論理，集合，写像の基礎を簡単な具体例を交えながら解説し，微分積分学の厳密な基礎付けを与える実数の性質を説明する．次に，それらの性質に基いて連続関数の代表的な定理を証明する．要素の個数の一般化概念である，集合の濃度は無限の多様さを示すものとして取り上げる．
後半（第９回-14回）においては，有限次元の実数空間に自然な距離を導入し，点と点との近さを測る尺度からどのように連続性が様々な概念と結び付くのかを議論する．また，数列の収束性に関連してコンパクト性と呼ばれる概念から帰結される幾つかの重要な事実を紹介する．最後に，実数空間を一般化した距離空間において実数空間で展開された諸概念が如何にほぼそのまま移行されるかを説明する予定である．

【成績評価方法及び評価基準(最低達成基準を含む)】

(a) 評価方法

主に中間試験と期末試験の結果により評価を行なう予定であるが，出席状況等も考慮する．

(b) 評価基準

以下の判断をもって合格の基準とする．

（１） 集合，写像についての基礎的な用語と概念が概ね理解できている．

（２） 数列の極限と実数の連続性について概ね理解できている．

（３） 連続写像の概念を理解し，簡単な写像の連続性を判定することができる．

【オフィスアワー：授業相談】

随時行ないます．但し，事前にメール等で来室予約すること．

【学生へのメッセージ】

嘗てギリシアの哲学者ソクラテスがいったとされる「無知の知」のように，私達はわかっているつもりでいても，実はよく理解していなかったという経験があると思います．例えば，高校までは有理数（分数）と無理数（平方根など）を総称して実数と呼んでいました．でも，無理数とは正確には何でしょうか？また，無限というのは有限でないことの１つの表現ですが，無限にも違いがあるとしたら，それはどういうことでしょう．実は，こういった素朴な疑問から現代の数学は始まったのだともいえます．これらの謎の中に秘められた数々のドラマを一緒に体験して行きましょう．

この科目の内容は初学者がすぐにわかるようなものではないと思います．理解するのにかなりの時間と忍耐を要するはずです．願わくば，充分に時間をかけて，自分で具体例を作ったり，証明のキーポイント（本質）を見抜いてもらったりして，数学の本来の楽しみを堪能して頂ければ幸いです．是非，この科目を通して数学における“証明”がどういう
ものかをじっくり考え抜いて理解してもらい，今後の数理系科目の学習に役立てて下さい．（現代では当然だが，20世紀中葉に一世を風靡した，フランスの数学者集団ブルバキによれば，「ギリシア以来，数学を語る者は証明を語る」とのことです．）

【その他】

特に予備知識というものはないが，論理的思考能力や抽象的・一般的な事象を把握するだけの根気と素養は不可欠である．理解するための学習時間はかなり必要であろう．初学者にとって容易でない“証明”を解説することが授業時間の多くを占めるので，予習なしではその場で理解することは殆ど不可能と思われる．毎回復習することは必須である．例年，多数の受講生がついて行けずに途中で履修放棄をするから，早い時期に自らの意欲と適性を判断してもらいたい．

また，講義中に演習を行なう時間的余裕はないので，教科書・参考書等で自主的に問題演習を行なってもらうことになる．質問等があればオフィスアワー等で個別に対応するつもりである．